

точек и циклов для соответствующих дискретно-автоматных отображений. Для численного решения этих задач применён SAT-подход [7]. Удалось успешно решить задачи поиска неподвижных точек для отображений, заданных сетями с несколькими сотнями вершин. В работе [8] предложена общая дискретная модель генных сетей с учетом различных регуляторных факторов агентов, таких, как активация, ингибирование и авторегуляция.

В настоящей работе представлены новые результаты по исследованию динамических свойств дискретно-автоматных отображений, задаваемых сетями, сгенерированными в соответствии с известными моделями случайных графов (G_{np} -модель, модель Уоттса — Строгатца [2]). В рассматриваемых сетях использованы весовые функции узлов, предложенные в [8]. Для поиска стационарных состояний (неподвижных точек) и циклических режимов (циклов) применен SAT-подход [7]. Для сетей с десятками вершин за разумное время удалось найти большое число неподвижных точек. Экспериментально показано, что наличие циклов малой длины для рассматриваемых отображений находится в обратной зависимости от разреженности графа сети (чем разреженнее граф, тем меньше шансов существования циклов).

ЛИТЕРАТУРА

1. Newman M. E. J. The structure and function of complex networks // SIAM Review. 2003. V. 45. P. 167–256.
2. Dorogovtsev S. N., Goltsev A. V., and Mendes J. F. F. Critical phenomena in complex networks // Rev. Mod. Phys. 2008. V. 80. P. 1275–1335.
3. Системная компьютерная биология / под ред. Н. А. Колчанова, В. А. Гончарова, В. А. Лихошвая, В. А. Иванисенко. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008.
4. Vitali S., Glattfelder J., and Battiston S. The network of global corporate control // PLoS ONE 6(10): e25995. doi: 10.1371/journal.pone.0025995.
5. Григоренко Е. Д., Евдокимов А. А., Лихошвай В. А., Лобарева И. А. Неподвижные точки и циклы автоматных отображений, моделирующих функционирование генных сетей // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2005. № 14. С. 206–212.
6. Евдокимов А. А., Кочемазов С. Е., Семенов А. А. Применение символьных вычислений к исследованию дискретных моделей некоторых классов генных сетей // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16. № 1. С. 30–47.
7. Biere A., Heule V., van Maaren H., and Walsh T. Handbook of Satisfiability. IOS Press, 2009.
8. Евдокимов А. А., Кочемазов С. Е., Отпущенников И. В., Семенов А. А. Символьные алгоритмы решения булевых уравнений в применении к исследованию дискретных моделей генных сетей // Материалы XVI Междунар. конф. «Проблемы теоретической кибернетики». Н. Новгород, 2011. С. 151–154.

УДК 519.1

О ВЕТВЛЕНИИ И НЕПОСРЕДСТВЕННЫХ ПРЕДШЕСТВЕННИКАХ СОСТОЯНИЙ В КОНЕЧНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ВСЕХ ВОЗМОЖНЫХ ОРИЕНТАЦИЙ ГРАФА

А. В. Жаркова

Подсчитывается ветвление и определяются непосредственные предшественники состояний в конечной динамической системе, состояниями которой являются все возможные ориентации данного графа, а эволюционная функция задаётся следующим образом: динамическим образом данного орграфа является орграф, полу-

ченный из исходного путём переориентации всех дуг, входящих в стоки, других отличий между исходным орграфом и его образом нет. Определяется также свойство недостижимости состояния в данной динамической системе.

Ключевые слова: *конечная динамическая система, граф, ориентация графа, ветвление, недостижимость, непосредственный предшественник.*

Под *конечной динамической системой* понимается пара (S, δ) , где S — конечное непустое множество, элементы которого называются состояниями системы; $\delta: S \rightarrow S$ — отображение множества состояний в себя, называемое *эволюционной функцией системы*. Таким образом, каждой конечной динамической системе сопоставляется карта, представляющая собой орграф с множеством вершин S и дугами, проведенными из каждой вершины $s \in S$ в вершину $\delta(s)$. Компоненты связности графа, задающего динамическую систему, называются её *бассейнами*. Получается, что каждый бассейн представляет собой контур с входящими в него деревьями. Контур, в свою очередь, называется предельными циклами, или *аттракторами*.

К числу основных характеристик состояний динамических систем можно отнести *ветвление* (количество непосредственных предшественников данного состояния), а также свойство недостижимости состояния (то есть когда состояние имеет нулевое ветвление; состояния, обладающие данным свойством, называются также *начальными состояниями системы*). Автором написаны программы для ЭВМ, позволяющие вычислять различные параметры динамических систем, ассоциированных с некоторыми типами графов [1].

Пусть дан некоторый граф G . Придадим его рёбрам произвольную ориентацию, тем самым получив ориентированный граф \vec{G} . Применим к полученному орграфу эволюционную функцию α , которая у данного орграфа одновременно переориентирует все дуги, входящие в стоки (вершины с нулевой степенью исхода), а остальные дуги оставляет без изменения, в результате чего получаем орграф $\alpha(\vec{G})$. Если проделать данные действия со всеми возможными ориентациями данного графа, то получим карту динамической системы заданной размерности (что определяется количеством рёбер в графе), состоящую из одного или нескольких бассейнов. Данная динамика для бесконтурных связных орграфов введена в [2]. Итак, будем рассматривать динамическую систему (Γ_G, α) , где через Γ_G обозначим множество всех возможных ориентаций данного графа G , а эволюционная функция α задаётся следующим образом: если дан некоторый орграф $\vec{G} \in \Gamma_G$, то его динамическим образом $\alpha(\vec{G})$ является орграф, полученный из \vec{G} одновременной переориентацией всех дуг, входящих в стоки, других отличий между \vec{G} и $\alpha(\vec{G})$ нет.

Определим ветвление состояний, а также их непосредственных предшественников в полученной системе. Автором, в частности, рассматривались ветвления и непосредственные предшественники состояний в конечных динамических системах, ассоциированных с некоторыми типами графов, например цепями [3].

В [2] состояниями системы являются бесконтурные связные орграфы и замечается, что для любого достижимого состояния s рассматриваемой системы и состояния $s' = \alpha(s)$ каждый сток в s' имеет по крайней мере одну смежную вершину, которая также является стоком и в s . Ставится вопрос об определении всех возможных непосредственных предшественников состояния s' данной динамической системы. Из определённого свойства автор книги замечает, что каждый сток в s' имеет по крайней мере одну смежную вершину, являющуюся источником (вершиной с нулевой степенью захода), и тогда ответ на вопрос может быть получен путём построения всех таких непу-

стых подмножеств множества источников в орграфе, представляющем состояние s' , которые смежны со всеми стоками. Тогда количество непосредственных предшественников данного состояния s' равно количеству таких подмножеств; если же для данной ориентации графа таких подмножеств не существует, то такое состояние является начальным.

Определение 1. *Множество источников* ориентированного графа назовем *допустимым*, если из него в каждый сток этого графа есть дуга.

Теорема 1. Ветвление данного состояния s динамической системы (Γ_G, α) равно:

- 1) количеству допустимых множеств источников в орграфе \vec{G} , представляющем состояние s , если в \vec{G} есть стоки;
- 2) количеству различных подмножеств множества источников, включая пустое, в орграфе \vec{G} , представляющем состояние s , если в \vec{G} нет стоков.

Следствие 1. Состояние s динамической системы (Γ_G, α) недостижимо тогда и только тогда, когда в орграфе \vec{G} , представляющем состояние s , есть по крайней мере один сток и при этом нет ни одного допустимого множества источников, или, другими словами, когда существует хотя бы один сток в \vec{G} , не смежный с источниками.

Следствие 2. Для нена начального состояния s динамической системы (Γ_G, α) все его непосредственные предшественники определяются:

- 1) всеми различными допустимыми множествами источников в орграфе \vec{G} , представляющем состояние s , если в \vec{G} есть стоки;
- 2) всеми подмножествами множества источников, включая пустое, в орграфе \vec{G} , представляющем состояние s , если в \vec{G} нет стоков.

Это определение происходит следующим образом: все дуги, исходящие из всех источников соответствующего множества, переориентируются, а все остальные дуги остаются без изменения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власова А. В. Исследование эволюционных параметров в динамических системах двоичных векторов // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009614409, выданное Роспатентом. Заявка № 2009613140. Дата поступления 22 июня 2009 г. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20 августа 2009 г.
2. Barbosa V. C. An atlas of edge-reversal dynamics. London: Chapman&Hall/CRC, 2001.
3. Власова А. В. Об одной динамической системе / Саратов. гос. ун-т. Саратов, 2007. 17 с. Библиогр.: 2 назв. Рус. Деп. в ВИНТИ 17.12.07, № 1181-B2007.

УДК 519.17

О МИНИМАЛЬНЫХ РЁБЕРНЫХ РАСШИРЕНИЯХ ПАЛЬМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Д. Д. Комаров

Описаны минимальные рёберные 1-расширения графов специального класса — двулистных пальм.

Ключевые слова: расширения графов, деревья, пальмы.